

Zur Berechnung von kurzzeitigen dynamischen Belastungsvorgängen in Freileitungsabschnitten

Von Karlheinz Beyer, Fellbach, Günter Müller, Grafing, Konstantin O. Papailiou, Fellbach*)

DK 621.315.1

Neben periodischen dynamischen Vorgängen an Freileitungen (z. B. Seiltanzen, äolische Schwingungen durch Wirbelablösungen) mit ihren bekannten, wenn auch noch nicht vollkommen beherrschten Auswirkungen, treten auch kurzzeitige dynamische Belastungen auf: z. B. Erdbeben, Kurzschlüsse, plötzliche Entlastungen (Seilriß, Kettenbruch, Eisabwurf). Vor allem der letztgenannte Lastfall hat in vergangenen Jahren zu erheblichen Schäden besonders im Mittelspannungsbereich geführt, woraus neue Lastannahmen für die statische Berechnung von Freileitungsmasten hervorgingen. Zur Untersuchung des Einflusses verschiedener Parameter des mechanischen Systems Maste-Isolatoren-Seile wurden u. a. Versuche im Maßstab 1:1 durchgeführt. Die Verfasser berichten über eine Möglichkeit, derartige Studien mit rechnerischen Hilfsmitteln durchzuführen bzw. zu ergänzen.

1 Leistungskonfiguration

Um eine kritische Betrachtung von Aufwand und Ergebnissen zu ermöglichen, wurde für die Berechnung ein 20-kV-Leitungsabschnitt zugrunde gelegt wie in [1] beschrieben (Bild 1). Als Maste wurden Betonmaste gewählt, als Seil Al/St 95/15 mit einer Seilzugspannung vor Anbringen der Zusatzlast von 93,5 N/mm². Als Isolatoren wurden sowohl Stützer als auch Hängeisolatoren untersucht.

2 Technische Daten

Die technischen Daten (Berechnungsannahmen) sind in Tafel 1 angegeben.

3 Dynamischer Lastfall

Als typischer, die Masten durch Torsion hochbeanspruchender Lastfall, wurde der Diagonalabwurf in zwei Außenseilen gewählt. Hierbei wird angenommen, daß die (nach VDE 1,6fache) Eislast von den Seilen A/II und C/I (Bild 1) gleichzeitig abfällt, diejenige auf den übrigen Seilen verbleibt. Obwohl bei der angewandten Rechenmethode, die Simulation der Eislast durch eine entsprechende Erhöhung der Seilmasse sehr naturgetreu hätte vorgenommen werden können, wurden zu Vergleichszwecken die Versuchsbedingungen von [1] übernommen und die Eislasten in je 4 Einzelmasten mit jeweils 50 kg/Seil und Feld konzentriert.

4 Berechnungsannahmen und -methode

Die wesentlichen Leitungselemente, die einen Einfluß auf den Bewegungsablauf ausüben, wurden wie folgt idealisiert:

(Beton-)Maste und Querträger : biege- und torsionssteife Balken
Isolatoren (Stütz- und Hängeisolatoren) : Starrkörper
Seile : dehnsteif, biegeschlaff
Eislasten : diskrete Massenpunkte

Die Materialien wurden als linear-elastisch angenommen. Dämpfungs- bzw. Reibungseffekte (z. B. in Klemmen) blieben unberücksichtigt.

Zur mathematischen Lösung wurde die Finite-Elemente-Methode benutzt [3; 4], die bei einem Ansatz endlich vieler Freiheitsgrade zu einem Differentialgleichungssystem für die Bewegungsparameter aller Teilstrukturen führt:

$$\underline{M} \cdot \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} + \underline{K}(\underline{u}) \cdot \underline{u}(t) = \underline{p}(t)$$

mit t Zeit
 $\underline{u}(t)$ Vektor der Verschiebungsgrößen
 \underline{M} Massenmatrix
 \underline{K} Steifigkeitsmatrix
 $\underline{p}(t)$ Lastvektor

Eine Besonderheit dieses Gleichungssystems ist sein nichtlinearer Charakter; und zwar liegt die Nichtlinearität der Steifigkeitsmatrix

$\underline{K} = \underline{K}(\underline{u})$ im wesentlichen in der Biegeschlaffheit der Seile begründet, die die Anwendung der Theorie II. Ordnung erfordert, wodurch auch die Auswirkungen großer Verschiebungen erfaßt werden (geometrische Nichtlinearität).

Aus dem Lösungsvektor der Verschiebungsgrößen $\underline{u}(t)$ können anschließend durch Ortsdifferentiationen Spannungen und Kräfte ermittelt werden.

5 Finite Elemente Diskretisierung

Entsprechend den angeführten Idealisierungen (Abschnitt 4) wurde die Diskretisierung wie folgt vorgenommen:

Strukturteil	Elementtyp	Anzahl per Strukturteil
Abspannseile	Dehnstab	2
Maste	Balken	2
Querträger	Balken	2
Leiteseile	Dehnstab	20 je Feld bzw. 40 je Feld
Isolatoren	Starrkörper	1

Die verbleibende Eislast wurde durch 28 Punktmassen (4 je Feld) in der Massenmatrix \underline{M} erfaßt. Die abgeworfene Eislast wurde durch acht Einzelkräfte im Lastvektor $\underline{p}(t)$ berücksichtigt.

6 Ergebnisse

Die Berechnung wurde sowohl für Stützisolatoren als auch für Hängeisolatoren durchgeführt.

6.1 Stützisolatoren

Als charakteristische Ergebnisse sind die Seilkräfte F_3 bis F_6 (Bild 1) an dem Querträger des hauptbetroffenen Masten in Bild 2 dargestellt. Die Ergebnisse setzen unverrutschbare Klemmpunkte voraus; von den erwähnten Versuchen wurde über solches Rutschen sowie Torsionsbrüche in Mastzöpfen berichtet, die die Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse erschweren.

Eine maximale Überhöhung von 110% gegenüber der statischen Seilkraft wird nach 4 s errechnet. Der maximale Wert der summierten Differenzkräfte $F_3 - F_4$ bzw. $F_5 - F_6$, die eine Torsion der Masten verursachen, wird nach 1,45 s mit 10,5 kN erreicht. Auf den Wert 2,56 kN (nach VDE 0210: für Tragmasten bei einer Höchstzugspannung von 93,5 N/mm² bezogen sind dies 410%; im Versuchsbericht [1] sind dafür 398% angegeben. Zur Angabe der dynamischen Überhöhung sollte man sich jedoch auf die statische Ausgangsspannung unter Versuchs- bzw. Rechenbedingungen beziehen, woraus sich hier ein Wert von 255% ergibt.

Die Seilaußenkungen jeweils in Feldmitte (Bild 3) zeigen, daß der Bewegungsablauf in den verschiedenen Feldern weitgehend entkoppelt stattfindet, eine Folge der als unverrutschbar angenommenen Aufhängepunkte an den Stützisolatoren und relativ geringer Bewegungen der Maste und Querträger.

*) Dipl.-Ing. K. Beyer und Dipl.-Ing. K. O. Papailiou sind Mitarbeiter der Gesellschaft für elektrische Anlagen GmbH, Fellbach. Dr.-Ing. G. Müller, Grafing, ist beratender Ingenieur im Bauwesen und Maschinenbau.

Tafel 1. Technische Daten (Berechnungsannahme)

Bauteil	Maste	Querträger	Al/St 95/15	Hänge-Isolatoren
Abmessungen	$b = 10,0$ m mittlerer Durchmesser 0,37 m	$b = 3,20$ m	Durchmesser 13,6 mm	$l = 60$ cm
Querschnittsflächen	0,0493 m ²		109,7 mm ²	
Flächen-Trägheitsmomente	$J_x = J_y = 5,02 \times 10^{-4}$ m ⁴	$J_x = 6,67 \times 10^{-5}$ m ⁴ $J_y = 1,67 \times 10^{-5}$ m ⁴		
spezifische Masse	$2,5 \times 10^3$ kg/m ³	160 kg	$0,0035$ kg/mm ² × m	16,7 kg/m
E-Modul	$3,9 \times 10^7$ kN/m ²	$3,9 \times 10^7$ kN/m ²	7700 N/mm ²	

Bild 1. Schematische Darstellung des Leitungsabschnittes

- a) Draufsicht, F_1 bis F_6 Kraftmeßpunkte
b) Ansicht

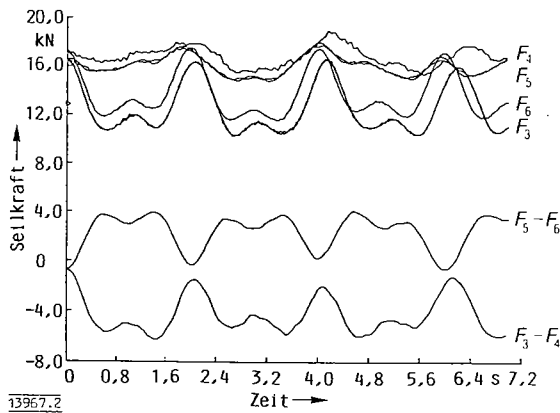
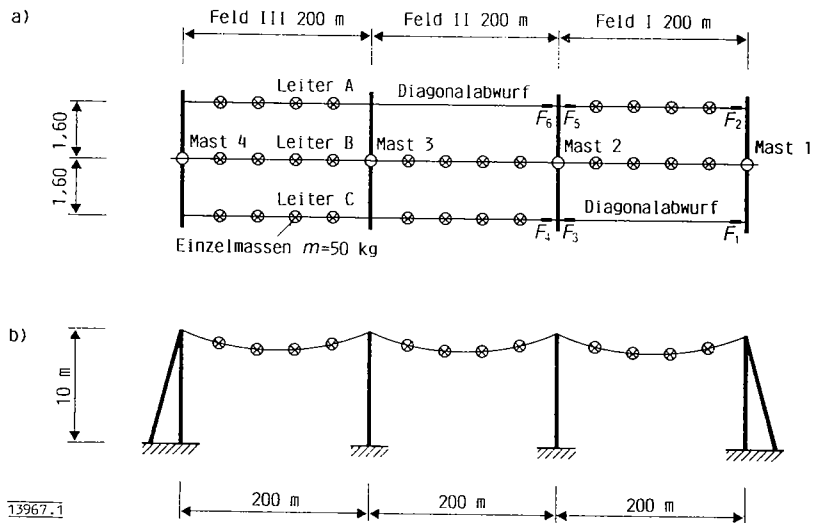


Bild 2. Seilkräfte F_3 bis F_6 sowie Differenzzüge am Masten 2 ($F_5 - F_6$) und ($F_3 - F_4$) (Stützisolatoren)

6.2 Hängeisolatoren

Die Berechnung wurde zunächst mit 20 Seilelementen je Feld und Seil durchgeführt, in einer zweiten Rechnung mit der doppelten Elementzahl. Die Rechnungsergebnisse blieben gegenüber der veränderten Diskretisierung stabil.

Starke kurzzeitige Schwingungen der Seile, die aus mündlichen Berichten über die Versuche bekannt sind, traten in den Rechenergebnissen nicht zutage. Dies sowie die Reduktion der maximalen Reaktionskräfte auf den Masten auf nur noch 30% der errechneten Werte für Stützisolatoren (Versuchsbericht [1]: 47%) ist möglicherweise ein Resultat der noch zu groben Diskretisierung im Bereich der Aufhängepunkte. Eine Diskretisierung in Anlehnung an die im Versuch beobachteten Wellenlängen und eine Zeitschrittoptimierung unter Beachtung der Wellengeschwindigkeiten der Längs- und Querwellen sollten verbesserte Ergebnisse bringen.

7 Zusammenfassung

Der Versuch wurde unternommen, sehr aufwendige Großversuche zum Verhalten von Freileitungsabschnitten unter schnellen dynamischen Beanspruchungen (Eisabwurf) mit der Finite-Elemente-Methode rechnerisch zu simulieren.

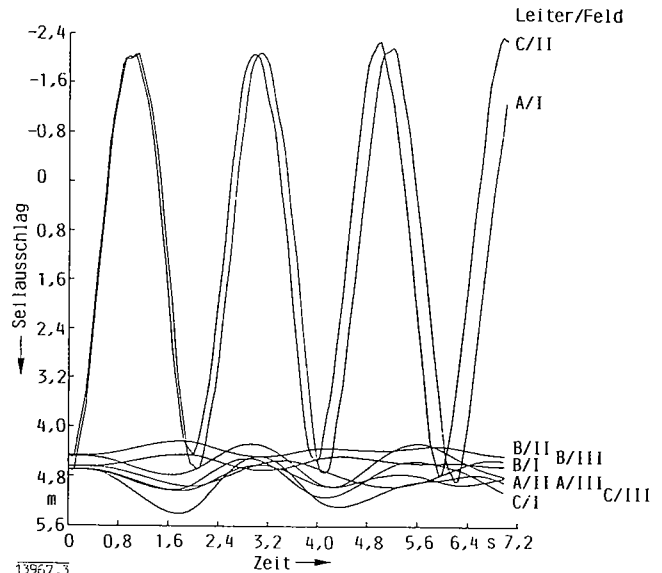


Bild 3. Seilausschläge in Feldmitten, bezogen auf die Horizontale (Stützisolatoren)

schen Beanspruchungen (Eisabwurf) mit der Finite-Elemente-Methode rechnerisch zu simulieren.

Die Berechnungen, die nicht unerhebliche Rechenzeit beanspruchen (VAX 11/780: 5 h für 3 s Echtzeit), sind unter Beachtung folgender Punkte sinnvoll:

- Die grundsätzliche Modellierung sollte in ihren Resultaten durch geeignete Versuche überprüft werden.
- Daraus folgt, daß die Rechnung besonders für Parameterstudien bzw. Erkennung von Tendenzen geeignet ist (z. B. Einfluß der Feldlängen, der Mast-, Querträger- und Isolatortypen, der statischen Ausgangsspannung). Diese Studien, die im Versuch sehr aufwendig sind, erfordern in der Berechnung nach dem Erstellen der Grundda-

ten nur wenig Mehraufwand. Dies gilt ebenso für verschiedenartige Lastfälle.

- Detailprobleme wie kurzweilige Störungen an den Seilabhängungen müssen gesondert untersucht werden, und zwar entweder am Gesamtsystem (hoher Rechenaufwand) oder an geeigneten Teilstrukturen.

8 Schrifttum

[1] Freitag, A.; Brandt, E.: Dynamische Beanspruchung von Mittelspannungs-

freileitungen beim Abwurf von Eislasten. Elektrizitätswirtschaft 80 (1981), S. 668 – 676.

[2] Brandt, E.; Griese, W.; Görissen, J.; Wüstenberg, K.F.: Erkenntnisse und Folgerungen der Schleswig aus den Schneenotlagen und ihre Auswirkungen auf den Mittelspannungs-Freileitungsbau. Elektrizitätswirtschaft 82 (1983), S. 697 – 706.

[3] De Salvo, Swanson: ANSYS User's Manual, Swanson Analysis Systems. Inc., Houston 1983.

[4] Papailiou, K. O.; Müller, G.; Roll, K.: Anwendungsmöglichkeiten der Methode der Finiten Elemente auf die Berechnung von Freileitungsseilen. Elektrizitätswirtschaft 81 (1982), S. 71 – 78.

Anwendungsmöglichkeiten der Methode der finiten Elemente auf die Berechnung von Freileitungsseilen

Von Konstantin O. Papailiou, Fellbach, Günter Müller, München, und Karl Roll, Stuttgart*)

DK 621.315.1.001.2

Ziel dieser Studie ist es, die Anwendungsmöglichkeiten der Methode der finiten Elemente auf die Untersuchung von Freileitungen aufzuzeigen. Die Verfasser führen dies anhand von drei einfachen Beispielen durch. Im wesentlichen weisen sie nach, daß die Eigenformen und -frequenzen sowie die Randspannung an den Klemmen mit hoher Genauigkeit ermittelt werden können. Auch dynamische Vorgänge aller Art können grundsätzlich berechnet werden, allerdings ist dazu ein großer Rechenaufwand erforderlich. Gegenüber der analytischen Lösung hat die Methode der finiten Elemente den Vorteil, daß mit ihr komplizierte Systeme und Belastungen wirklichkeitsnah erfaßt werden können. Die Methode bietet damit die Möglichkeit, teure Experimente auf wenige grundlegende Untersuchungen zu beschränken.

1 Allgemeines

Die Methode der finiten Elemente (FEM) [1] ist seit nunmehr rd. 20 Jahren in der Anwendung. Heute ist die FEM die mächtigste und meist verwendete Berechnungsmethode.

Der Grund für die Beliebtheit und die häufige Anwendung der FEM in der Ingenieurpraxis liegt darin, daß mit ihr gerade die Probleme angegangen werden können, die sich aufgrund ihrer Diskontinuität einer geschlossenen analytischen Lösung entziehen. Ein weiterer Vorteil ist der, daß sie hinsichtlich anderer Theorien leicht erweiterbar ist. In der Festigkeitslehre bedeutet dies, daß, aufbauend auf dem Konzept für die lineare Statik, physikalische und/oder geometrische Nichtlinearitäten oder dynamische Effekte erfaßt werden können.

Auch im Versuchswesen kann die Methode wirtschaftlich eingesetzt werden, indem aufwendige und teure Experimente auf wenige, grundlegende Untersuchungen beschränkt bleiben. Parameterstudien und die Simulation von Großversuchen an (1:1-)Modellen können wirtschaftlicher mit Hilfe der FEM durchgeführt werden.

Im vorliegenden Problemfall sind geschlossene Lösungen für einfeldrige Freileitungen vorhanden. Für mehrfeldrige Systeme mit unterschiedlichen Randbedingungen, Geometrien und Belastungen ist dies jedoch nicht immer der Fall. Hier lassen sich mit der FEM Berechnungen durchführen, die Einflüsse wie Vorspannung, Montagezustände, unterschiedliche Steifigkeiten und Festhalterungen und Beanspruchungen durch Erdbeben, Eisabwurf, Seilriß oder Ausfall eines Mastes untersuchen.

2 Probleme der Freileitungen

Die Freileitungsseile sind im Betrieb mechanischen, thermischen und chemischen Beanspruchungen ausgesetzt. Diese Studie befaßt sich lediglich mit den mechanischen Beanspruchungen. Leiterseile werden vor allem im Bereich der Stützpunkte beansprucht. Schäden (Aderbrüche) werden nahezu ausnahmslos nur in diesem Bereich festgestellt. Diese Schäden bzw. die Verminderung der Lebensdauer durch Wechselbiegebeanspruchung werden durch Schwingungen, hohe örtliche Querpressungen, Auflösung des Seilverbands und gegeneinander Verschieben der Seildrähte sowie Reiboxydation (fretting) verursacht. Erfolgversprechende Maßnahmen zur Vermeidung dieser Schäden sind die Reduktion der Schwingungsempfindlichkeit und die optimale Ausbildung der Stützpunkte.

Aufgrund der großen Systemabmessungen müssen grundsätzlich zwei Problemkreise betrachtet werden:

- a) das statische und dynamische Verhalten der Gesamtstruktur (globale Untersuchung),
- b) die Bestimmung der Spannungen im Bereich der Stützpunkte (lokale Untersuchung).

Mit a) kann durch Variation der Vorspannung, der Spannweite, der Lagersteifigkeit und der Lagerdämpfung das Schwingungsverhalten optimiert werden.

Außerdem können Lastfälle untersucht werden wie Abfallen von Eis, Erregung durch Windkräfte, Erdbeben, Wanderlasten, Stoßvorgänge (Seilriß), Bauzustände, Temperatureinflüsse, Kriechen oder Auswirkungen einer Stützensenkung oder eines teilweise ausgeknickten Mastes.

In b) werden die Ergebnisse aus a) als Randbedingung für die herausgetrennte Teilstruktur benutzt. Mit Hilfe der Teilstruktur könnten die Anordnung und Ausbildung der Klemmen optimiert werden.

*) Dipl.-Ing. K. O. Papailiou ist Mitarbeiter der Gesellschaft für elektrische Anlagen, Fellbach, Dr.-Ing. G. Müller ist Mitarbeiter der Control Data GmbH, München, und Dipl.-Ing. K. Roll ist Mitarbeiter der Control Data GmbH, Stuttgart.

Das statische und dynamische Problem der Freileitungsseile ist nichtlinear. Die Nichtlinearität bezieht sich auf das Auftreten von großen Verschiebungen, und dies hat zur Folge, daß die Steifigkeit der betrachteten Struktur von den jeweiligen Verschiebungen abhängig ist. Deshalb sind nur Finite Element Codes anwendbar, die nichtlineare Lösungsstrategien enthalten. Außerdem muß vorgesehen sein, daß die dynamischen Lösungsmethoden auf vorgespannten oder vorverformten Strukturen aufbauen können. Beide Möglichkeiten sind z. B. in den Programmsystemen Adina [2] und Ansys [3] eingebaut. Für die folgenden Testrechnungen wurde Ansys vorgezogen. Ansys ist ein weltweit anerkanntes Finite Element Programm, mit dem auch Nichtlinearitäten durch veränderliche Randbedingungen oder Struktur- und Materialnichtlinearitäten wie Plastizität erfaßt werden können. Die Testrechnungen wurden auf einer Cyber 175 im Control-Data-Rechenzentrum durchgeführt.

3 Finite Element Idealisierung

Der Grundgedanke der Methode der finiten Elemente besteht darin, das wirkliche Tragwerk in eine größere Anzahl von Elementen zu zerlegen und diese wieder unter Wahrung der kinematischen Verträglichkeitsbedingungen und der statischen Gleichgewichtsbedingungen zum Gesamttragwerk zusammenzufügen. Das heißt: Anstelle der wirklichen Struktur, bestehend aus einer unendlichen Anzahl von infinitesimal kleinen Elementen, wird ein diskretisiertes Modell, bestehend aus einer endlichen Anzahl finiter Elemente, berechnet.

Bei der Idealisierung, d. h. bei der Festlegung von Typ und Anzahl von Elementen muß man sich von vornherein über das Ziel der Berechnung im klaren sein. Nur so kann man eine sinnvolle Aufteilung in Elemente vornehmen. Sind z. B. Eigenfrequenzen verlangt, so müssen mindestens so viele Elemente vorhanden sein, daß die dazugehörige Eigenschwingung ausreichend genau abgebildet werden kann. Für eine Sinuswelle sind mindestens zehn Elemente (Knoten) erforderlich. Das bedeutet, daß für die 1. Eigenfrequenz zehn Elemente ausreichen mögen; für die 10. Eigenfrequenz sind aber mindestens 100 Elemente für ein befriedigendes Ergebnis notwendig.

Als Elementtyp ist bei Seilen das einfachste Element, der Fachwerkstab, auszuwählen. Balkenelemente führen zu numerischen Problemen, da die Steifigkeitsmatrix für ein Seil mit geringer Biegefestigkeit und sehr großer Dehnfestigkeit mit sehr stark unterschiedlichen Werten besetzt wird. Es gilt die Faustregel: Was physikalisch unzutreffend erfaßt wird, rächt sich in numerischer Instabilität. Versuche mit einer Idealisierung nur mit Balkenelementen sind daher gescheitert. Da aber die Biegespannungen im Bereich der Festhalterung (Klemmen) erfaßt werden sollten, wurde versucht, nur diesen Bereich (etwa 0,5 bis 1 m)

mit Balkenelementen zu idealisieren und den Restbereich mit Fachwerkelementen. Diese Kopplung ist jedoch nur bei geometrisch nichtlinearer Rechnung zulässig. Diese Idealisierung hat sich hier sehr gut bewährt. Von den Elementen muß vorausgesetzt werden, daß sie für große Verformungen zugelassen sind. Bei den hier gewählten Elementen ist dies der Fall.

4 Anwendungsbeispiele

Die Testrechnungen hatten zum Ziel, den Nachweis zu erbringen, daß das statische und dynamische Verhalten der Gesamtstruktur mit finiten Elementen berechnet werden kann.

Testrechnungen wurden bei drei Systemen durchgeführt (Bild 1):

- Beispiel 1: Einfeldsystem mit Lagergelenken,
- Beispiel 2: Einfeldsystem mit Lagereinspannung,
- Beispiel 3: Zweifeldsystem mit Lagergelenken.

Das System in Beispiel 1 wurde mit Fachwerkelementen idealisiert.

Zur Test der FEM-Idealisierung wurde eine statische Vergleichsrechnung mit dem Seildurchhang bei unterschiedlicher Vorspannkraft durchgeführt. Dabei konnten die bekannten theoretischen Werte sehr genau ermittelt werden. Numerische Schwierigkeiten, wie sie von J. A. Griffiths [4] und R. L. Webster [5] berichtet werden, sind hier nicht aufgetreten.

In der Tafel 1 sind die ersten fünf Eigenfrequenzen aufgelistet. Der Vergleich mit theoretischen Ergebnissen und einer Berechnung mit Adina zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Eigenfrequenzen.

Tafel 1. Eigenfrequenz-Vergleich

Mode	theo-	Ergebnisse	Ergebnisse		
	retische	mit Adina	mit Ansys	mit Ansys	
	Ergebnisse [7]	(18 Elemente)	(19 Elemente)	(19 Elemente)	
	rad/s	rad/s	Abwei-	Abwei-	
			chung	chung	
			%	%	
1 Transverse 1	1,273	1,273	0	1,278	0,4
2 Antisymmetric In-Plane 1	2,546	2,519	-1,06	2,550	0,15
3 Transverse 2	2,546	2,625	3,1	2,556	0,39
4 Symmetric In-Plane 1	3,001	2,984	-0,57	3,007	0,2
5 Transverse 3	3,819	3,730	-2,33	3,837	0,4

System	Beispiel 1		Beispiel 2		Beispiel 3	
	$l = 304 \text{ m}$		$l = 400 \text{ m}$		$l = 400 \text{ m}$	$l = 400 \text{ m}$
					oder federnde Lagerung und/oder Zusatzmasse	
Spannweite	m	304	400	2 x 400		
Seiltyp		ACSR Drake	240/40 ACSR	240/40 ACSR		
Zugkraft H	N	24842	17300	17300		
Biegesteifigkeit	Nm ²	$EI = 0$	$EI = 15,4$ (reibungsfreies Seil)	$EI = 15,4$		
Idealisierung		19 Fachwerkelemente (Stif 8)	20 Fachwerkelemente (Stif 8) Innenbereich, je fünf Balkenelemente (Stif 4) in den Randbereichen	40 Fachwerkelemente (Stif 8) Innenbereich, zehn Balkenelemente (Stif 4) in Randbereichen, federnde Auflagerung: $f = 10000 \text{ N/m}$, $f = 20000 \text{ N/m}$, $f = 40000 \text{ N/m}$, Zusatzmasse: $m = 1 \text{ kg}$, $m = 10 \text{ kg}$		

Bild 1. Berechnungsbeispiele

Interessant ist vor allem die 4. Eigenform mit den zwei Nulldurchgängen. Hier macht sich der Einfluß der Vorspannung bemerkbar (Bild 2).

Bei dem zweiten Beispiel handelt es sich um ein 400 m langes Spannungsfeld. In [6] werden mit Hilfe einer analytischen Lösung die sich durch die Einspannung ergebenden Randbiegemomente ermittelt. Diese fallen über eine vergleichsweise kurze Strecke praktisch auf Null ab.

Das Einspannmoment beträgt nach [6] $589 \text{ kp} \cdot \text{cm} = 57,8 \text{ Nm}$. Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem hier ermittelten Wert von 55 Nm überein. Der Unterschied beträgt weniger als 5%. Berechnet man mit diesem Moment die Biegedehnung im Aluminiumdraht, so ergibt sich eine Dehnung von rd. 0,6%.

Betrachtet man das Spannungs-Dehnungs-Diagramm, so erkennt man, daß mit 0,6% Dehnung die Elastizitätsgrenze des Werkstoffs klar überschritten ist. Somit müßte eine plastische Berechnung angeschlossen werden, was mit Ansys ohne besonderen Mehraufwand möglich wäre.

Die maximale Durchbiegung wurde zu 11,38 m errechnet. In [6] wird ein Wert von 11,41 m angegeben.

Bei den Eigenfrequenzen ergeben sich die Werte in Tafel 2.

Die analytische Lösung geht von der unverformten Struktur aus und entspricht der Frequenzgleichung einer gespannten Saite. Mit dieser Methode können die Eigenfrequenzen 2 und 4 nicht berechnet werden. Ansys dagegen geht von der verformten Struktur aus und kann auch Schwingungen aus der Ebene erfassen (Bild 2), die, wohl gemerkt, auch schon früher bei Versuchen beobachtet worden sind [8].

Tafel 2. Eigenfrequenz-Vergleich

Eigenfrequenz	Ansys rad/s	analytische Lösung rad/s
1	0,1643	0,1639
2	0,3284	
3	0,3294	0,3278
4	0,4066	
5	0,4967	0,4917

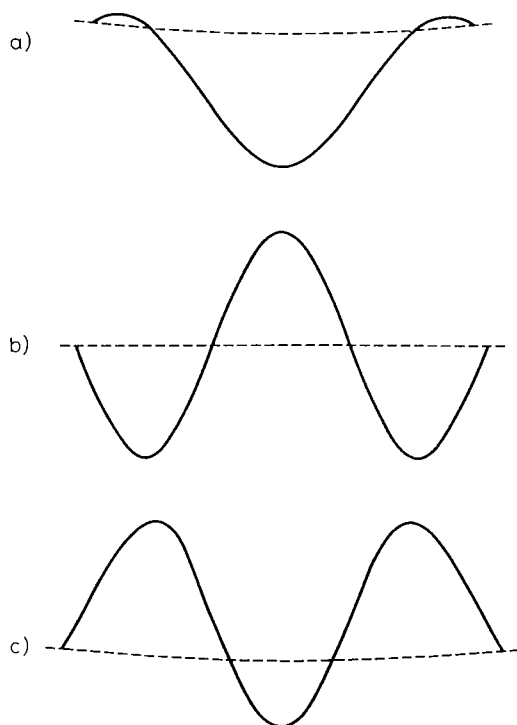


Bild 2. Eigenformen zu Beispiel 1

- a) 4. Eigenform (in der Ebene)
- b) 5. Eigenform (aus der Ebene)
- c) 6. Eigenform (in der Ebene)

5 Weitergehende Untersuchungen

Abschließend wurde ein Zweifeldsystem, und zwar sowohl als Fachwerkmodell als auch als kombiniertes Modell, untersucht. Biegebalken wurden dabei nur im Bereich des Innenstützpunkts eingebaut. Beide Modelle ergaben nur geringfügig unterschiedliche Eigenfrequenzen und Eigenformen.

Hier wurde der Einfluß einer nachgiebigen Lagerung des Innenstützpunkts und der Einfluß einer Zusatzmasse auf die Eigenfrequenz bestimmt. Die Zusatzmasse kann z. B. ein Meßinstrument darstellen.

Aus den Ergebnissen läßt sich der Schluß ziehen, daß eine federnde Aufhängung die ersten fünf Eigenfrequenzen praktisch nicht beeinflusst. Auch die Zusatzmasse am Innenstützpunkt verändert die ersten fünf Eigenfrequenzen nicht.

Weitere Berechnungen befaßten sich mit der Frage, inwieweit eine als Funktion des Ortes veränderliche Biegesteifigkeit des Seils am Stützpunkt die Eigenfrequenzen beeinflusst. Angenommen wurde, daß sich die Biegesteifigkeit des Seils über eine Länge von 50 cm um 50% linear verringert (Biegesteifigkeit am Stützpunkt 100%). Praktisch ergaben sich keine Änderungen gegenüber dem Seil mit konstanter Biegesteifigkeit.

Versucht wurde auch, die Antwort des Seils auf eine sinusförmige Erregung zu ermitteln, wie sie einer Anregung durch Wind entspricht.

Die Berechnung ist entweder durch die direkte Integrationsmethode oder durch die Frequenzanalyse („reduced harmonic analysis“) möglich, die für diese Art von Belastung besonders vorteilhaft ist.

Bei relativ niedrigen Erregerfrequenzen in der Größenordnung der ersten Eigenfrequenzen bereitet die FEM-Lösung keine Schwierigkeiten.

Bei dem praktisch interessierenden Frequenzbereich (5 bis 50 Hz) ergeben sich allerdings Probleme, da bei diesen Frequenzen sehr viele Massenpunkte für die Beschreibung des Seilverhaltens benötigt werden. So sind z. B. bei einer Frequenz von 15 Hz (die zwischen der 23. und 24. Eigenfrequenz liegt) bei dem vorliegenden Beispiel [6] rd. 800 Massenpunkte erforderlich, um das Seilverhalten richtig zu beschreiben. Bei einem dreidimensionalen Modell führt dies auf rd. 2400 Massenfreiheitsgrade im System. Die Lösung eines so großen Systems ist zwar ohne Schwierigkeiten möglich, allerdings ist sie mit einem erheblichen Rechenaufwand verbunden.

6 Schlußfolgerung

Das statische und dynamische Verhalten von Freileitungen läßt sich mit der Methode der finiten Elemente berechnen.

Aufgrund der großen Abmessungen sollten lokale und globale Untersuchungen getrennt durchgeführt werden. Für die globale Untersuchung des Gesamtstrukturverhaltens genügt die Idealisierung mit Fachwerkelementen. Lokale Spannungskonzentrationen im Aufhängebereich müssen mit Balkenelementen durchgeführt werden.

Zukünftige Untersuchungen können sich erstrecken über:

- Einfluß des nichtlinearen Materialgesetzes (Plastizität),
- Einfluß der Aufhängesteifigkeit,
- Variation und Optimierung der Klemmenform zur Verminderung der lokalen Spannungskonzentration,
- Ermittlung der Querpressungen im Bereich der Klemme,
- Verhalten des Gesamtsystems, einschließlich Masten, Aufhängern und mehreren Seilen, besonders durch dynamische Stoßvorgänge wie Seilriß und plötzlichen Seilabwurf.

Besonders auf diesem Gebiet und in Anbetracht der in letzter Zeit hierbei aufgetretenen Probleme [6; 9] bietet die Methode der finiten Elemente eine sinnvolle wirtschaftliche Alternative und Ergänzung von kostenspieltigen Großversuchen.

7 Schrifttum

- [1] Zienkiewicz, O. C.: The finite element method. McGraw Hill, London, 1977.
- [2] Adina: User's Manual. Control Data Corporation, Minneapolis, 1978.
- [3] Ansys: User's Manual, Rev. 3. Control Data Corporation, Minneapolis, 1978.
- [4] Griffiths, J. A.; Bampton, M. C. C.: Dynamic analysis of conductive systems. Proceedings FE-World Congress, Bournemouth, 1971, Paper No. 32.

- [5] *Webster, R. L.*: On the static analysis of structures with strong geometric nonlinearity. *Computers & Structures*, Vol. 11, 1980, pp. 137 – 145.
- [6] *Möcks, L.* et al.: Die statische Biegespannung im Leiterseil als möglicher Einflußfaktor auf die Seillebensdauer. *Aluminium* 4 (1969), S. 210 – 220.
- [7] *Irvine, H. M.*: The linear theory of free vibration of a suspended cable. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1974.
- [8] *Pape, H. M.*: Beanspruchungen schwingender Drahtseile. Dissertation T. H. Braunschweig, 1931, S. 14.
- [9] *Freitag, A.; Brandt, E.*: Dynamische Beanspruchung von Mittelspannungsfreileitungen beim Abwurf von Eislasten. *Elektrizitätswirtschaft* 80 (1981), S. 668 – 676.